

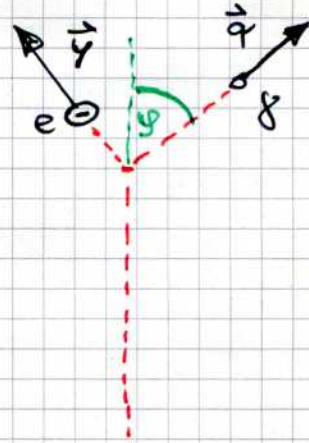
Herleitung der Compton-Steinformel

(nach §42.2, "Principles of Physics", kinetic books)

vorher:



nachher:



Die ganze Betrachtung erfolgt im Ruhesystem des Elektrons vor dem Stoß!

$\vec{p} \sim$ Impuls des Photons vor dem Stoß $|\vec{p}| = p \dots$
 $\vec{q} \sim$ Impuls des Photons nach dem Stoß
 $\vec{y} \sim$ Impuls des Elektrons nach dem Stoß

① Energieerhaltung: $m_0 \cdot c^2 + p \cdot c = E_{\text{tot}}(e, \text{nachher}) + q \cdot c$

also $E_{\text{tot}}(e, \text{nachher}) = m_0 \cdot c^2 + p \cdot c - q \cdot c$

Allgemein gilt aber $E_{\text{tot}}^2 = E_0^2 + (p \cdot c)^2$

Setzen wir das ein, so erhalten wir

$$\sqrt{(m_0 \cdot c^2)^2 + (y \cdot c)^2} = m_0 \cdot c^2 + (p - q) \cdot c$$

$$\cancel{c} \cdot \sqrt{m_0^2 \cdot c^2 + y^2} = \cancel{c} \cdot (m_0 c + (p - q)) \quad | \dots^2$$

$$\cancel{m_0^2 \cdot c^2} + y^2 = \cancel{m_0^2 \cdot c^2} + 2 \cdot m_0 \cdot c \cdot (p - q) + (p - q)^2$$

$$\underline{y^2 = 2 \cdot m_0 \cdot c \cdot (p - q) + p^2 - 2 \cdot p \cdot q + q^2}$$

② Impulserhaltung: $\vec{p} + \vec{0} = \vec{q} + \vec{y}$;
 also $\vec{y} = \vec{p} - \vec{q}$ und $y^2 = (\vec{p} - \vec{q})^2$
 $y^2 = \vec{p}^2 - 2 \cdot \vec{p} \cdot \vec{q} + \vec{q}^2$;
 $y^2 = p^2 + q^2 - 2 \cdot p \cdot q \cdot \cos(\vartheta)$

③ Nun setzen wir die beiden Ausdrücke für y^2 aus ① und ② einander gleich:

$$2 m_0 \cdot c \cdot (p - q) + \cancel{p^2} - 2pq + \cancel{q^2} = \cancel{p^2} + \cancel{q^2} - 2pq \cdot \cos(\vartheta)$$

$$\cancel{2} \cdot m_0 \cdot c \cdot (p - q) = \cancel{2} \cdot p \cdot q \cdot (1 - \cos(\vartheta))$$

$$\frac{p - q}{p \cdot q} = \frac{1}{m_0 \cdot c} \cdot (1 - \cos(\vartheta))$$

$$\frac{1}{q} - \frac{1}{p} = \frac{1}{m_0 \cdot c} \cdot (1 - \cos(\vartheta)) \quad (\Delta)$$

④ Nun benutzen wir noch die Beziehung von Planck/Einstein für Photonen: $p = \frac{h}{\lambda}$ oder $\frac{1}{p} = \frac{\lambda}{h}$

(Δ) wird damit zu

$$\frac{\lambda_2}{h} - \frac{\lambda_1}{h} = \frac{1}{m_0 \cdot c} \cdot (1 - \cos(\vartheta))$$

$$\boxed{\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{h}{m_0 \cdot c} \cdot (1 - \cos(\vartheta))}$$

Compton 1923